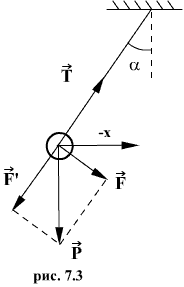
*Математический маятник.*

Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на нерастяжимой невесомой нити, совершающая колебательное движение в одной вертикальной плоскости под действием силы тяжести.



Таким маятником можно считать тяжелый шар массой m, подвешенный на тонкой нити, длина l которой намного больше размеров шара. Если его отклонить на угол α (рис.7.3.) от вертикальной линии, то под влиянием силы F – одной из составляющих веса Р он будет совершать колебания. Другая составляющая http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image094.gif , направленная вдоль нити, не учитывается, т.к. уравновешивается силой натяжения нити. При малых углах смещения http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image096.gif и, тогда координату х можно отсчитывать по горизонтальному направлению. Из рис.7.3 видно, что составляющая веса, перпендикулярная нити, равна

http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image098.gif  
Знак минус в правой части означает то, что сила F направлена в сторону уменьшения угла α. С учетом малости угла α

http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image103.gif  
Для вывода закона движения математического и физического маятников используем основное уравнение динамики вращательного движения

Момент силы относительно точки О: http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image111.gif, и момент инерции:  
*M = FL* .  
Момент инерции *J* в данном случае  
Угловое ускорение:  
http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image115.gif

С учетом этих величин имеем:  
http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image117.gif

или

|  |  |
| --- | --- |
| http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image119.gif | (7.8) |

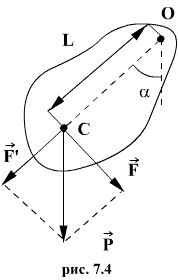
Его решение  
http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image121.gif,

|  |  |
| --- | --- |
| где http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image123.gif и http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image125.gif | (7.9) |

Как видим, период колебаний математического маятника зависит от его длины и ускорения силы тяжести и не зависит от амплитуды колебаний.

*Физический маятник.*

Физическим маятником называется твердое тело, закрепленное на неподвижной горизонтальной ocи (оси подвеса), не проходящей через центр тяжести, и совершающее колебания относительно этой оси под действием силы тяжести. В отличие от математического маятника массу такого тела нельзя считать точечной.



При небольших углах отклонения α (рис. 7.4) физический маятник так же совершает гармонические колебания. Будем считать, что вес физического маятника приложен к его центру тяжести в точке С. Силой, которая возвращает маятник в положение равновесия, в данном случае будет составляющая силы тяжести – сила F.

http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image101.gif

Знак минус в правой части означает то, что сила F направлена в сторону уменьшения угла α. С учетом малости угла α

http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image103.gif

Для вывода закона движения математического и физического маятников используем основное уравнение динамики вращательного движения

http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image113.gif . Момент силы: определить в явном виде нельзя. С учетом всех величин, входящих в исходное дифференциальное уравнение колебаний физического маятника имеет вид:

|  |  |
| --- | --- |
| http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image127.gif | (7.10) |

|  |  |
| --- | --- |
| http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image129.gif | (7.11) |

Решение этого уравнения  
http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image131.gif

Определим длину l математического маятника, при которой период его колебаний равен периоду колебаний физического маятника, т.е. http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image133.gif или

http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image135.gif.  
Из этого соотношения определяем  
http://physics-lectures.ru/lectures/82/images/image137.gif

Данная формула определяет приведенную длину физического маятника, т.е. длину такого математического маятника, период колебаний которого равен периоду колебаний данного физического маятника.

**Период колеба́ний** — наименьший промежуток [времени](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%80%D0%B5%D0%BC%D1%8F), за который [осциллятор](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%81%D1%86%D0%B8%D0%BB%D0%BB%D1%8F%D1%82%D0%BE%D1%80) совершает одно полное [колебание](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BB%D0%B5%D0%B1%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5) (то есть возвращается в то же состояние[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%CF%E5%F0%E8%EE%E4_%EA%EE%EB%E5%E1%E0%ED%E8%E9#cite_note-1), в котором он находился в первоначальный момент, выбранный произвольно).  
Периоды колебаний простейших физических систем

**Пружинный маятник**

Период колебаний [пружинного маятника](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D1%83%D0%B6%D0%B8%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BC%D0%B0%D1%8F%D1%82%D0%BD%D0%B8%D0%BA) может быть вычислен по следующей формуле:

T=2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},

где m — масса груза, k — [жёсткость пружины](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%96%D1%91%D1%81%D1%82%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C).

**Математический маятник**

Период малых колебаний [математического маятника](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BC%D0%B0%D1%8F%D1%82%D0%BD%D0%B8%D0%BA):

T=2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}

где l — длина подвеса (к примеру, нити), g — [ускорение свободного падения](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%81%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D1%81%D0%B2%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D0%BF%D0%B0%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F).

Период малых колебаний (на Земле) математического маятника длиной 1 метр с хорошей точностью[[5]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%CF%E5%F0%E8%EE%E4_%EA%EE%EB%E5%E1%E0%ED%E8%E9#cite_note-5) равен 2 секундам.

**Физический маятник**

Период малых колебаний [физического маятника](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BC%D0%B0%D1%8F%D1%82%D0%BD%D0%B8%D0%BA):

T=2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}

где J — [момент инерции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82_%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D1%80%D1%86%D0%B8%D0%B8) маятника относительно оси вращения, m — [масса](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%81%D1%81%D0%B0) маятника, l — расстояние от оси вращения до [центра масс](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%80_%D0%BC%D0%B0%D1%81%D1%81).

**Крутильный маятник**

Период колебаний [крутильного маятника](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D1%83%D1%82%D0%B8%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BC%D0%B0%D1%8F%D1%82%D0%BD%D0%B8%D0%BA):

T = 2 \pi \sqrt{\frac{I}{K}}

где I — [момент инерции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82_%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D1%80%D1%86%D0%B8%D0%B8) маятника относительно оси кручения, а K — вращательный [коэффициент жёсткости](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%96%D1%91%D1%81%D1%82%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C)маятника.

**Электрический колебательный (LC) контур**

Период колебаний электрического колебательного контура (формула Томсона):

T= 2\pi \sqrt{LC},

где L — [индуктивность](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D0%B4%D1%83%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) катушки, C — [ёмкость](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%91%D0%BC%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) [конденсатора](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D1%81%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80).

Эту формулу вывел в 1853 году английский физик [У. Томсон](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3._%D0%A2%D0%BE%D0%BC%D1%81%D0%BE%D0%BD).  
**Приведённая длина** — величина, имеющая размерность длины, но, возможно, не связанная напрямую с размером описываемого физического объекта. Применительно к [физическому маятнику](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BC%D0%B0%D1%8F%D1%82%D0%BD%D0%B8%D0%BA) — это длина[математического маятника](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BC%D0%B0%D1%8F%D1%82%D0%BD%D0%B8%D0%BA), период которого равен периоду данного физического маятника. Применительно к[жидкостному ракетному двигателю](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%96%D0%B8%D0%B4%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D1%80%D0%B0%D0%BA%D0%B5%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B4%D0%B2%D0%B8%D0%B3%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C) — это отношение объёма камеры сгорания до критического сечения к площади критического сечения этой камеры. В других областях физики и механики термин может использоваться в другом значении.  
Приведённая длина физического маятника вычисляется следующим образом:  
l=\frac{I}{ma}  
где I — [момент инерции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82_%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D1%80%D1%86%D0%B8%D0%B8) относительно точки подвеса, m — [масса](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%81%D1%81%D0%B0), a — расстояние от точки подвеса до центра масс.